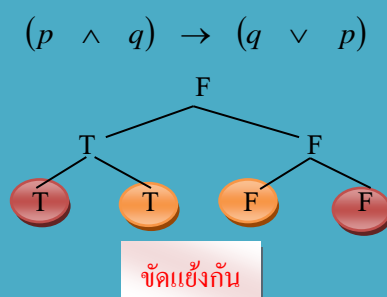


ชุดแบบฝึกทักษะ ชุดที่ 4
เรื่อง สัจนิรันดร์ (Tautology)
หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ภาคเรียนที่ 1



จากแผนภาพจะเห็นว่าค่าความจริงของ p, q เป็นได้ทั้งจริงและเท็จ ซึ่งขัดแย้งกัน

โดย
นางสาวยุพิน คำบุญมา
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนวารินชำราบ สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 29

จุดประสงค์การทำชุดแบบฝึกทักษะ

หลังจากที่นักเรียนศึกษาชุดแบบฝึกทักษะเรื่องนี้แล้ว นักเรียนสามารถตรวจสอบการเป็นสำนัรันธ์โดยใช้ตารางค่าความจริงและใช้วิธีหาข้อขัดแย้งได้

คำแนะนำ

ชุดแบบฝึกทักษะนี้ใช้ประกอบการเรียนรายวิชา ค31201 คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 ตรรกศาสตร์เบื้องต้น

ชุดที่ 4 เรื่อง สำนัรันธ์

นักเรียนปฏิบัติดังนี้

1. ศึกษาใบความรู้
2. ทำแบบฝึกทักษะที่ 4.1 และ 4.2
3. ตรวจสอบแบบฝึกทักษะ
4. ทำแบบทดสอบหลังเรียน
5. ตรวจสอบแบบทดสอบหลังเรียน เพื่อทราบผลการศึกษาจากชุดแบบฝึกทักษะนี้
6. ถ้าได้คะแนนของแบบทดสอบหลังเรียนน้อยกว่าร้อยละ 80 ให้กลับไปศึกษาเนื้อหาหรือขอคำแนะนำ จากครูผู้สอนเพิ่มเติม แล้วทำแบบฝึกทักษะและแบบทดสอบหลังเรียนอีกครั้งหนึ่ง
7. นำชุดแบบฝึกทักษะส่งครูผู้สอนเพื่อตรวจสอบผลงานและบันทึกคะแนนเพื่อนำไปวิเคราะห์ข้อมูลต่อไป

ใบความรู้ เรื่อง สัจนิรันดร์(Tautology)

บทนิยาม รูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี เรียกว่า สัจนิรันดร์

การตรวจสอบสัจนิรันดร์สามารถทำได้ 2 วิธี คือ การสร้างตารางค่าความจริง และการหาข้อขัดแย้ง

วิธีที่ 1 การสร้างตารางค่าความจริง

ถ้ารูปแบบของประพจน์ที่มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี จะได้ว่ารูปแบบของประพจน์เป็น สัจนิรันดร์

1. พิจารณาค่าความจริงของรูปแบบของประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

จะเห็นว่ารูปแบบของประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นจริงทุกกรณี ดังนั้นรูปแบบของประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์

2. พิจารณาค่าความจริงของรูปแบบของประพจน์ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow \sim p)$

p	q	$\sim p$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow \sim p$	$(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow \sim p)$
T	T	F	T	F	F
T	F	F	F	F	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T

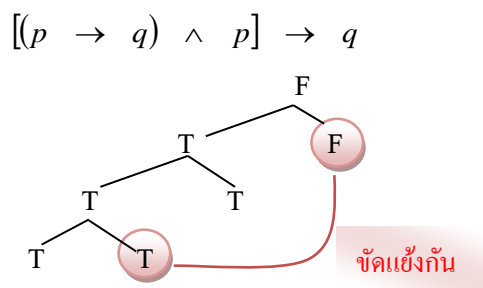
จะเห็นว่ากรณีที่ p และ q เป็นจริงจะได้รูปแบบประพจน์ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow \sim p)$ เป็นเท็จ ดังนั้นรูปแบบของประพจน์ $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (q \rightarrow \sim p)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

วิธีที่ 2 วิธีหาข้อขัดแย้ง

เป็นวิธีการตรวจสอบความเป็นสัจนิรันดร์ของประพจน์ เมื่อรูปแบบของประพจน์เชื่อมด้วย “ถ้า...แล้ว...” โดยวิธีนี้จะสมมติให้รูปแบบของประพจน์ที่กำหนดให้เป็นเท็จ ซึ่งสามารถเกิดขึ้นได้เพียงกรณีเดียว คือ เมื่อเหตุเป็นจริงและผลเป็นเท็จ แล้วจึงหาค่าความจริงของประพจน์ย่อย หากมีข้อขัดแย้งกับที่สมมติไว้ แสดงว่ารูปแบบของประพจน์นั้นเป็นสัจนิรันดร์ แต่ถ้าไม่มีข้อขัดแย้งกับที่สมมติไว้ แสดงว่า รูปแบบของประพจน์นั้นไม่เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่างที่ 1 รูปแบบประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ เมื่อ p, q เป็นประพจน์ใดๆ

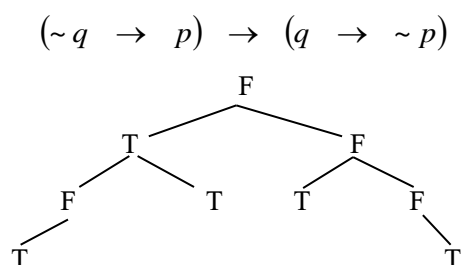
วิธีทำ สมมติว่า $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ



จากแผนภาพจะเห็นว่าค่าความจริงของ q เป็นได้ทั้งจริงและเท็จ ซึ่งขัดแย้งกัน จึงเกิดการขัดแย้งที่สมมติให้ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ เป็นเท็จ ดังนั้น รูปแบบประพจน์ $[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$ เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่างที่ 2 รูปแบบประพจน์ $(\sim q \rightarrow p) \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ เมื่อ p, q เป็นประพจน์ใดๆ

วิธีทำ สมมติว่า $(\sim q \rightarrow p) \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

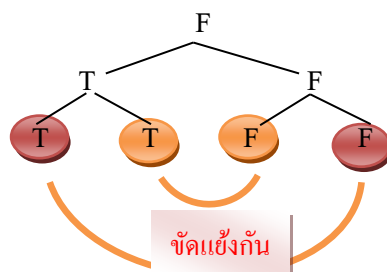


จากแผนภาพจะเห็นว่ากรณีที่มี p และ q เป็นจริง ที่ทำให้ $(\sim q \rightarrow p) \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$ เป็นเท็จ ดังนั้น รูปแบบประพจน์ $(\sim q \rightarrow p) \rightarrow (q \rightarrow \sim p)$ ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่างที่3 รูปแบบประพจน์ $(p \wedge q) \rightarrow (q \vee p)$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ เมื่อ p, q เป็นประพจน์ใดๆ

วิธีทำ สมมติว่า $(p \wedge q) \rightarrow (q \vee p)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$$(p \wedge q) \rightarrow (q \vee p)$$

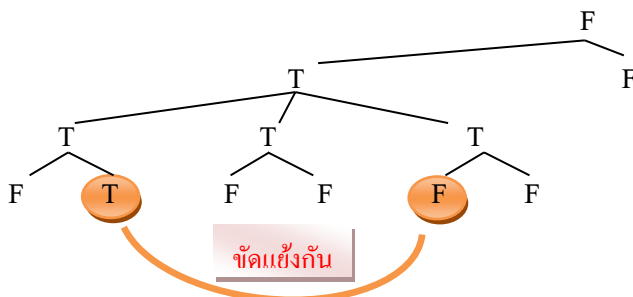


จากแผนภาพจะเห็นว่าค่าความจริงของ p, q เป็นได้ทั้งจริงและเท็จ ซึ่งขัดแย้งกัน
จึงเกิดการขัดแย้งที่สมมติให้ $(p \wedge q) \rightarrow (q \vee p)$ เป็นเท็จ ดังนั้น รูปแบบประพจน์
 $(p \wedge q) \rightarrow (q \vee p)$ เป็นสัจนิรันดร์

ตัวอย่างที่4 รูปแบบประพจน์ $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$ เป็นสัจนิรันดร์หรือไม่ เมื่อ p, q และ r เป็นประพจน์ใดๆ

วิธีทำ สมมติว่า $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

$$[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$$



จากแผนภาพจะเห็นว่าค่าความจริงของ q เป็นได้ทั้งจริงและเท็จ ซึ่งขัดแย้งกัน
จึงเกิดการขัดแย้งที่สมมติให้ $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$ เป็นเท็จ ดังนั้น รูปแบบประพจน์
 $[(p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow r$ เป็นสัจนิรันดร์

สรุป ถ้าค่าความจริงของประพจน์ย่อย **ขัดแย้งกัน** แสดงว่ารูปแบบประพจน์ **เป็นสัจนิรันดร์**

ถ้าค่าความจริงของประพจน์ย่อย **ไม่ขัดแย้งกัน** แสดงว่ารูปแบบประพจน์ **ไม่เป็นสัจนิรันดร์**

แบบฝึกทักษะที่ 4.1
การตรวจสอบสัจนิรันดร์โดยใช้ตารางค่าความจริง

คำชี้แจง จงสร้างตารางค่าความจริงตรวจสอบรูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

1. $p \vee (q \rightarrow p)$

p	q	$q \rightarrow p$	$p \vee (q \rightarrow p)$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

รูปแบบประพจน์ $p \vee (q \rightarrow p)$

2. $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$(p \vee \sim q)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$
T	T					
T	F					
F	T					
F	F					

รูปแบบประพจน์ $(p \vee q) \wedge (p \vee \sim q)$

3. $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$

รูปแบบประพจน์ $p \rightarrow (\sim p \rightarrow q)$

4. $\sim q \leftrightarrow [p \wedge (q \rightarrow \sim p)]$

รูปแบบประพจน์ $\sim q \leftrightarrow [p \wedge (q \rightarrow \sim p)]$

5. $(q \vee \sim p) \leftrightarrow r$

รูปแบบประพจน์ $(q \vee \sim p) \leftrightarrow r$

แบบฝึกทักษะที่ 4.2
การตรวจสอบสัจนิรันดร์โดยวิธีหาข้อขัดแย้ง

คำชี้แจง จงใช้วิธีหาข้อขัดแย้งตรวจสอบรูปแบบประพจน์ที่กำหนดให้ว่าเป็นสัจนิรันดร์หรือไม่

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$

2. $p \rightarrow \sim (q \rightarrow p)$

3. $(p \wedge q) \rightarrow (\sim q \vee p)$

4. $\sim (p \rightarrow q) \rightarrow (\sim p \leftrightarrow q)$

5. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$

6. $[\sim p \wedge (p \vee q)] \rightarrow q$

5. $[(p \rightarrow q) \wedge (\sim q \rightarrow r) \wedge \sim r] \rightarrow \sim p$