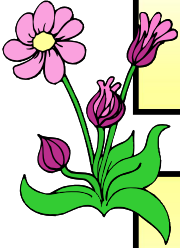


ตัวชี้วัด

บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูป
ต้นแบบ และอธิบายวิธีการที่จะใช้ภาพที่ปรากฏ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบ และ
ภาพนั้นให้



สาระสำคัญ

ในการบอกทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน จะใช้เวกเตอร์
เป็นตัวกำหนด โดยเวกเตอร์นั้นจะอยู่บนรูปต้นแบบหรืออยู่นอกรูปต้นแบบก็
ได้ ปริมาณของเวกเตอร์ที่แสดงทิศทางและขนาดกำหนดโดยพิกัด (x,y) ซึ่ง
เกิดจากความแตกต่างของพิกัด x และพิกัด y ที่จุดสิ้นสุดกับจุดเริ่มต้น

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้

1. นักเรียนสามารถบอกความสัมพันธ์ของภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูป
ต้นแบบว่ามีการเลื่อนขนานไปตามแกน X และ แกน Y อย่างไร
2. นักเรียนสามารถหาเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน เมื่อกำหนดรูปต้นแบบ
และภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน

ด้านทักษะกระบวนการ

1. นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาที่กำหนดให้ได้

ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. นักเรียนมีความสนใจในการเรียน



คำชี้แจงการใช้แบบฝึกเสริมทักษะคณิตศาสตร์



1. อ่านคำชี้แจงอย่างละเอียดจนเข้าใจดี



2. ศึกษาใบความรู้และตัวอย่างที่กำหนดให้
ทุกขั้นตอนจนเข้าใจ

3. ทำแบบฝึกเสริมทักษะที่กำหนดไว้ในตอนท้าย
ของแต่ละใบความรู้



4. ตรวจสอบความถูกต้องให้ดี ตรวจสอบว่ามีข้อผิดพลาด
หรือไม่ ถ้ามีให้ย้อนกลับไปแก้ไขให้ถูกต้องอีกครั้ง

5. เมื่อทำแบบฝึกเสริมทักษะเสร็จเรียบร้อยแล้ว
ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนลงใน
กระดาษคำตอบที่ให้มา



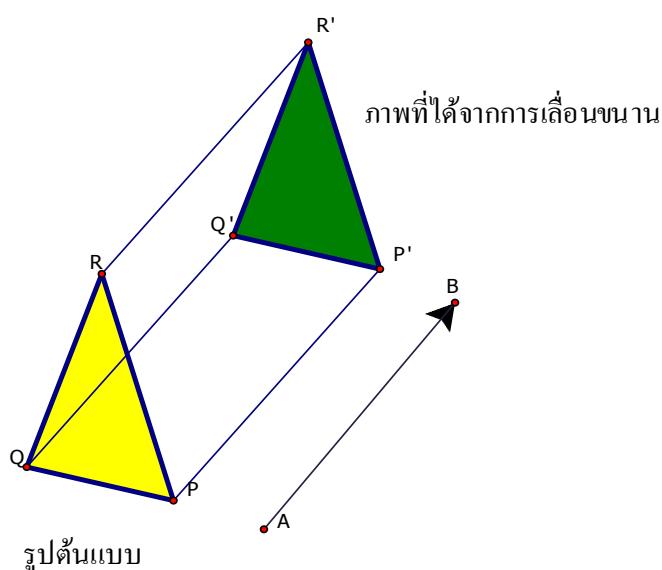
ใบความรู้

เรื่อง การหาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน (1)

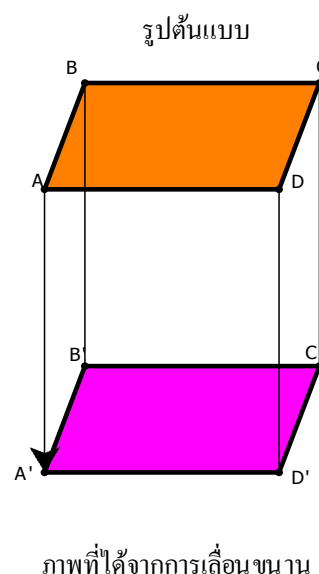
ในการบอกทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน จะใช้เวกเตอร์เป็นตัวกำหนด โดยเวกเตอร์นั้นจะอยู่บนรูปต้นแบบหรืออยู่นอกรูปต้นแบบก็ได้

เช่น รูปที่ 1 ใช้เวกเตอร์ AB ในการกำหนดทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน

รูปที่ 2 ใช้เวกเตอร์ AA' ในการกำหนดทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน



รูปที่ 1



รูปที่ 2

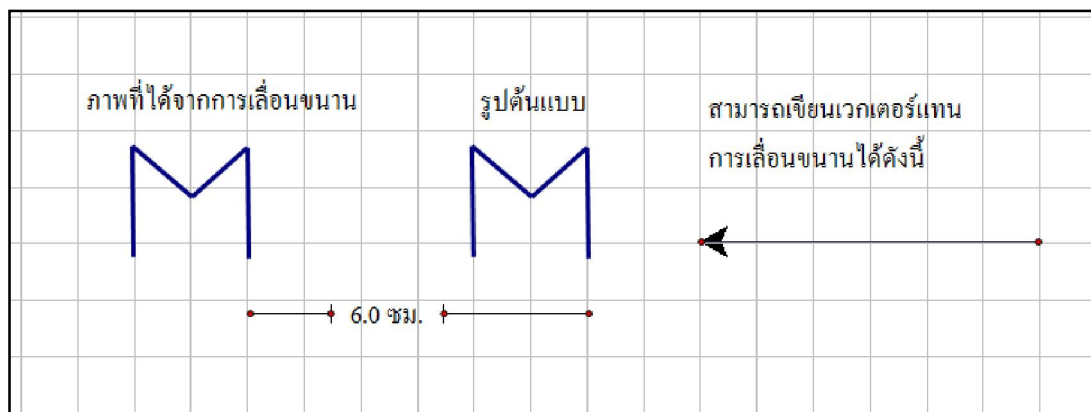
หากกำหนดรูปต้นแบบและภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานมาให้ แล้วให้หาเวกเตอร์ที่ใช้ในการเลื่อนขนาน เราจะต้องพิจารณาว่าภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานถูกเลื่อนจากรูปต้นแบบตามแนวแกน X ไปทางซ้ายหรือทางขวาด้วยระยะทางเท่าไร และเลื่อนตามแนวแกน Y ขึ้นด้านบนหรือลงล่างด้วยระยะทางเท่าไร โดยหาจากจุดใดจุดหนึ่งของรูปต้นแบบกับภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานเพียงคู่เดียวก็ได้

ข้อตกลง : การเลื่อนขนาน จะเลื่อนตามแนวแกน X หรือตามแนวแกน Y ก่อนก็ได้
แต่ที่นิยม คือเลื่อนตามแนวแกน X ก่อนแกน Y



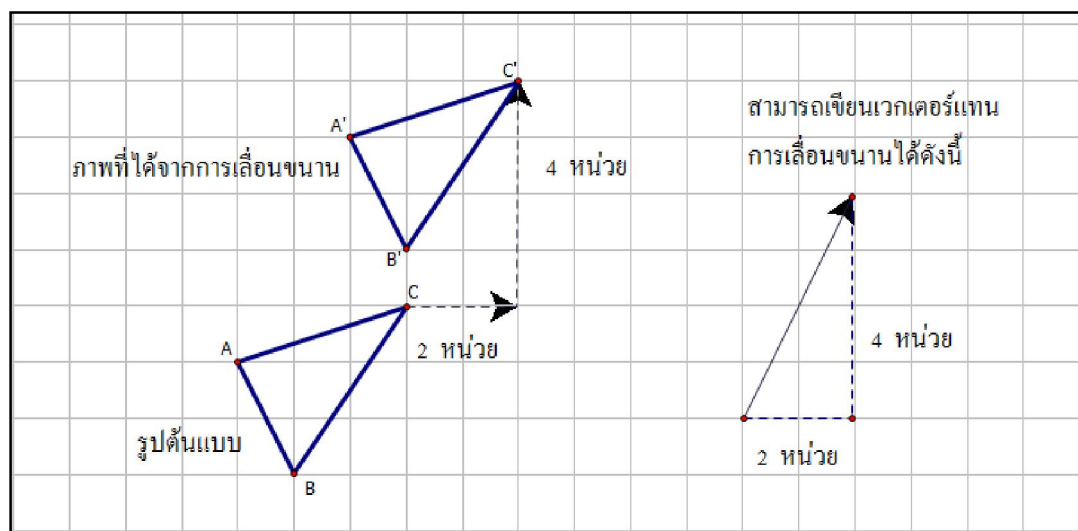
ตัวอย่าง จงพิจารณาการเลื่อนขนานในแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ภาพของตัว M ที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามแนวแกน X ไปทางซ้าย 6 หน่วย

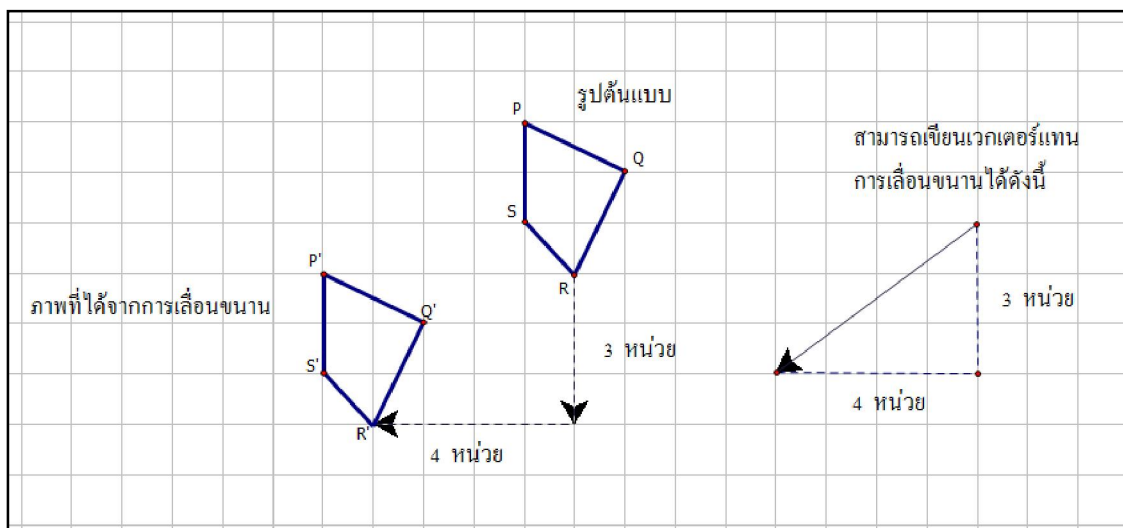


ลองดูตัวอย่าง
ต่อไป นะจ๊ะ

2. ภาพของรูปสามเหลี่ยม $A'B'C'$ ที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม ABC 2 ครั้ง คือ เลื่อนตามแนวแกน X ไปทางขวา 2 หน่วย และเลื่อนตามแนวแกน Y ไปด้านบน 4 หน่วย



3. ภาพของรูปสี่เหลี่ยม $P'Q'R'S'$ ที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปสี่เหลี่ยม PQRS 2 ครั้ง
คือเลื่อนขนานตามแนวแกน Y ลงล่าง 3 หน่วย และเลื่อนตามแนวแกน X ไปทางซ้าย
4 หน่วย



เมื่อศึกษาตัวอย่างจนเข้าใจดีแล้ว
เพื่อน ๆ ก็ลองทำใบงานดูนะจ๊ะ

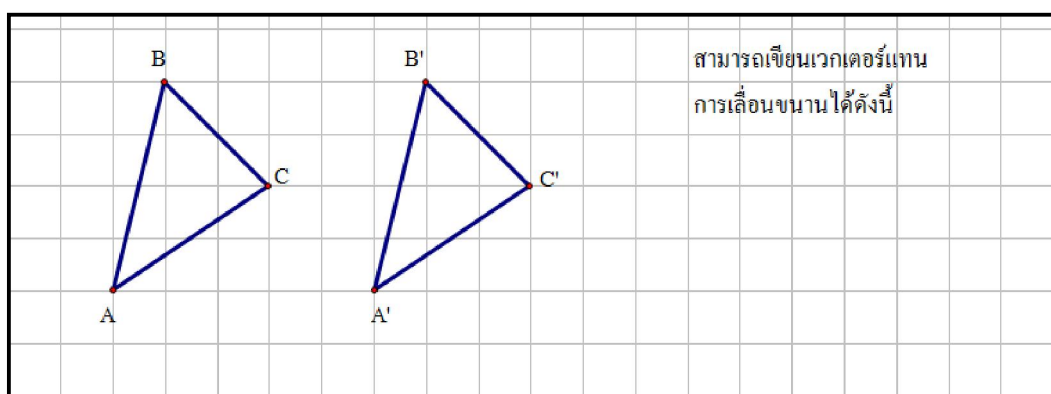


ใบงานที่ 1

เรื่อง การหาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน (1)

คำชี้แจง ให้นักเรียนปฏิบัติกิจกรรมต่อไปนี้

1. ในแต่ละรูปข้างล่างนี้ให้นักเรียนอธิบายว่าภาพของการเลื่อนขนานในแต่ละข้อต่อไปนี้เกิดจากการเลื่อนขนานรูปต้นแบบไปตามแนวแกน X และแกน Y อย่างไร พร้อมทั้งเขียนเวกเตอร์แสดงทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนานดังกล่าว

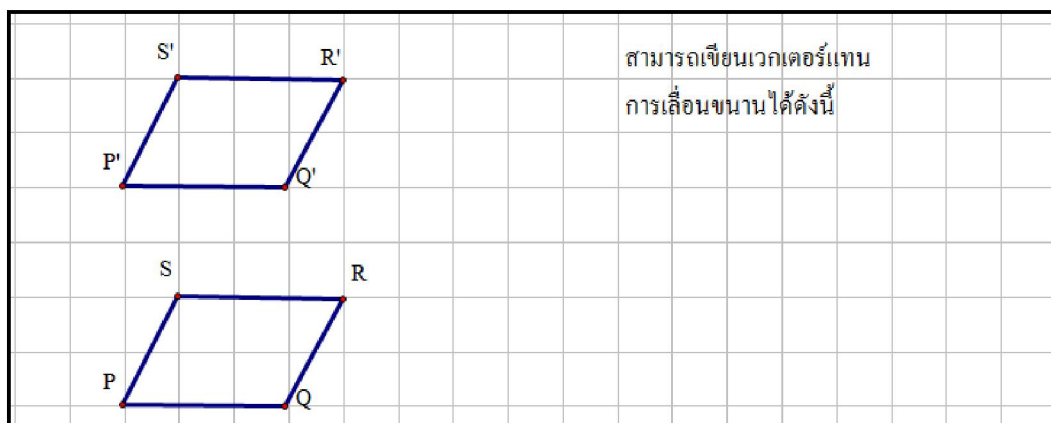


อธิบายการเลื่อนขนาน

เลื่อนขนานตามแนวแกน X

เลื่อนขนานตามแนวแกน Y

2.



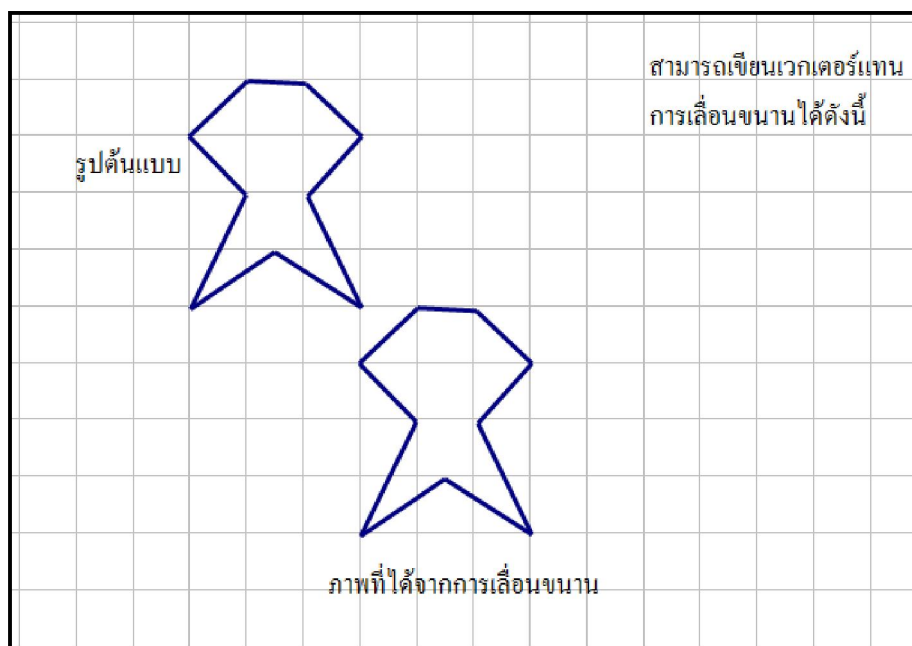
อธิบายการเลื่อนขนาน

เลื่อนขนานตามแนวแกน X

เลื่อนขนานตามแนวแกน Y



3.



อธิบายการเลื่อนขนาน

เลื่อนขนานตามแนวแกน X

เลื่อนขนานตามแนวแกน Y

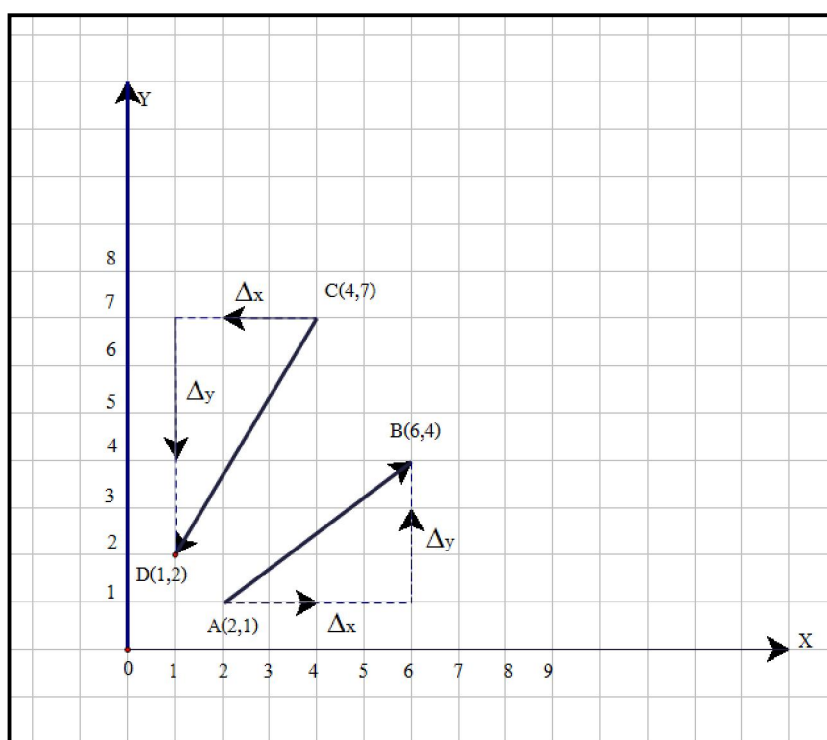
ใบงานข้างบนไม่ยากเลยใช่ไหมจะ
ถ้าอย่างนั้น เพื่อน ๆ ลองศึกษา
ใบความรู้ที่ 2 ต่อเลยนะ



ใบความรู้

เรื่อง การหาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน (2)

เราทราบมาแล้วว่า เวกเตอร์ คือปริมาณที่บอกทิศทางและขนาด เช่น เวกเตอร์ของเครื่องบินที่กำลังบิน คือ ทิศทางที่บินไปและความเร็วของเครื่องบินนั้น หรือเวกเตอร์ของแรง คือ ทิศทางที่แรงนั้นพุ่งไปและกำลังแรงนั้น



เมื่อเขียนเวกเตอร์เป็นรูปเรขาคณิต เวกเตอร์ คือทิศทางและขนาดความยาวของเส้นตรง ปริมาณของเวกเตอร์ที่แสดงทิศทางและขนาดกำหนดโดยพิกัด (x,y) ซึ่งเกิดจากความแตกต่างของ พิกัด x และพิกัด y ที่จุดสิ้นสุดกับจุดเริ่มต้น ถ้า จุดสิ้นสุดคือ (x_2,y_2) จุดเริ่มต้นคือ (x_1,y_1)

$$\text{เวกเตอร์} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$$



ถ้าให้ Δ (delta) แทนผลต่างระหว่างพิกัดที่จุดสิ้นสุดกับพิกัดที่จุดเริ่มต้นจะได้

$$\text{เวกเตอร์} = (\Delta x, \Delta y)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{เมื่อ } \Delta x = \text{ผลต่างของค่า } x \\ \Delta y = \text{ผลต่างของค่า } y \end{array} \right\}$$

(จุดสิ้นสุด - จุดเริ่มต้น)

จากภาพ \overrightarrow{AB} มีจุดเริ่มต้นที่ A(2,1) จุดสิ้นสุดที่ B(6,4)

$$\therefore \Delta x = 6 - 2 = 4, \quad \Delta y = 4 - 1 = 3$$

$$\text{ดังนั้น } \overrightarrow{AB} = (4,3) \text{ หรือ } \overrightarrow{AB} = (+4,+3)$$

+4 หมายความว่า เป็นทิศทางไปทางขวา 4 หน่วย

+3 หมายความว่า เป็นทิศทางขึ้นข้างบน 3 หน่วย

และ \overrightarrow{CD} มีจุดเริ่มต้นที่ C(4,7) จุดสิ้นสุดที่ D(1,2)

$$\therefore \Delta x = 1 - 4 = -3, \quad \Delta y = 2 - 7 = -5$$

$$\text{ดังนั้น } \overrightarrow{CD} = (-3,-5)$$

-3 หมายความว่า เป็นทิศทางไปทางซ้าย 3 หน่วย

-5 หมายความว่า เป็นทิศทางลงทางล่าง 5 หน่วย

ศึกษาไปความรู้เสร็จแล้ว ง่ายนิดเดียว

ใจใหม่ล่ะค่ะ ไปทำใบงานที่ 2

กันเลย



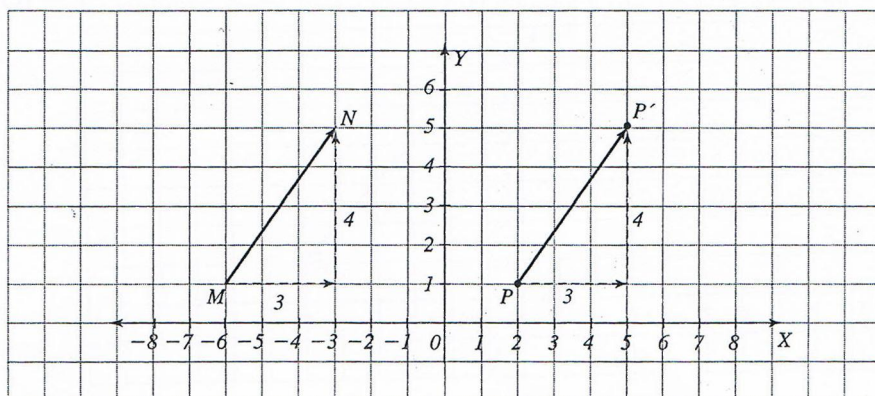
ใบงานที่ 2

เรื่อง การหาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน (2)

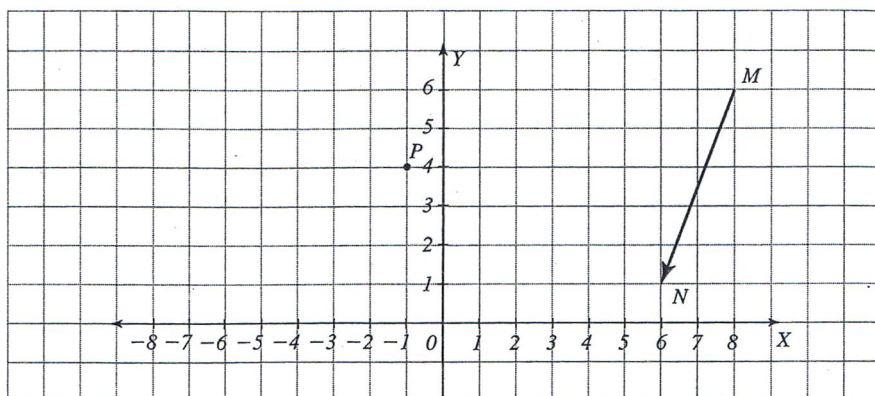
ตอนที่ 1

คำชี้แจง จงเลื่อนขนานจุด P ด้วยเวกเตอร์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้

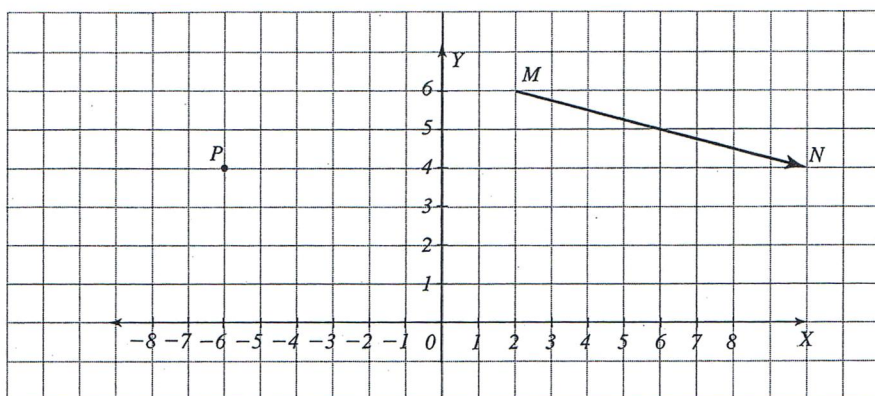
2.



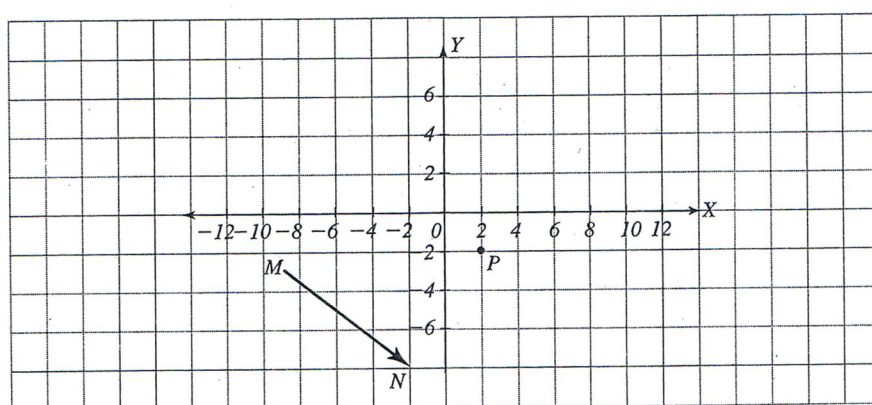
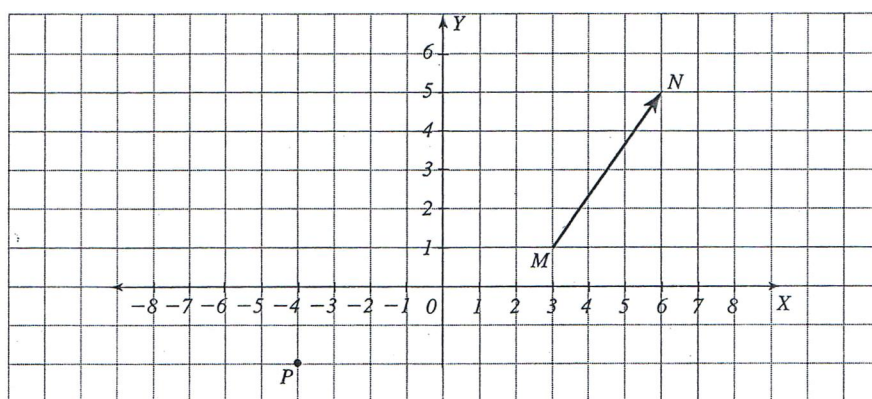
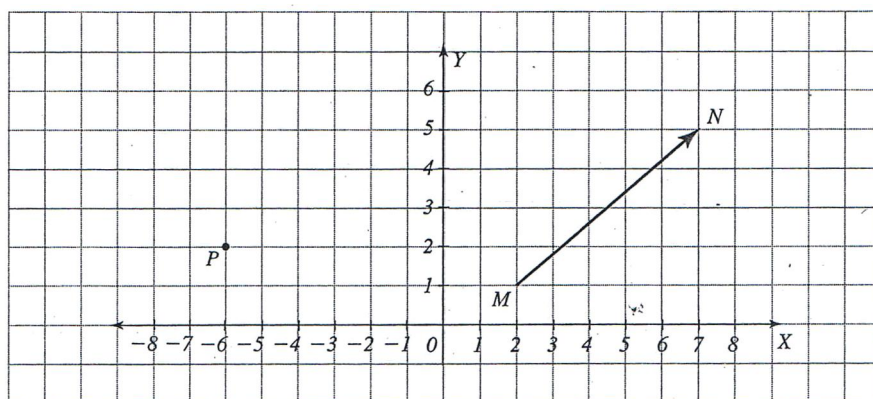
1.



2.



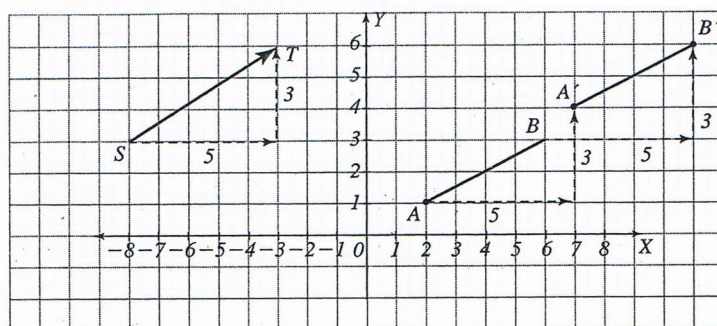
3.



ตอนที่ 2

คำชี้แจง จงเลื่อนขนานส่วนของเส้นตรง AB ตามเวกเตอร์ที่กำหนดให้ พร้อมทั้งบอกพิกัดจุดของ A' และ B'

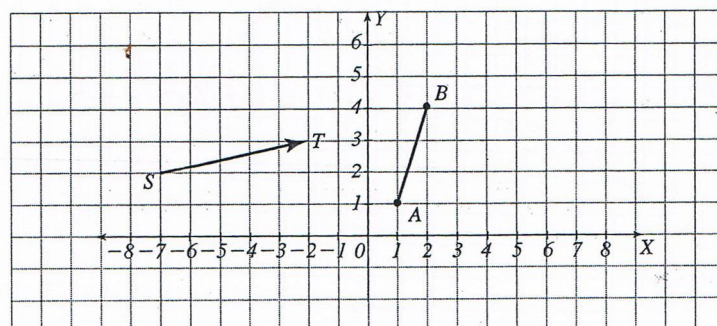
ตัวอย่าง



พิกัดของจุด A' คือ $(7, 4)$

พิกัดของจุด B' คือ $(11, 6)$

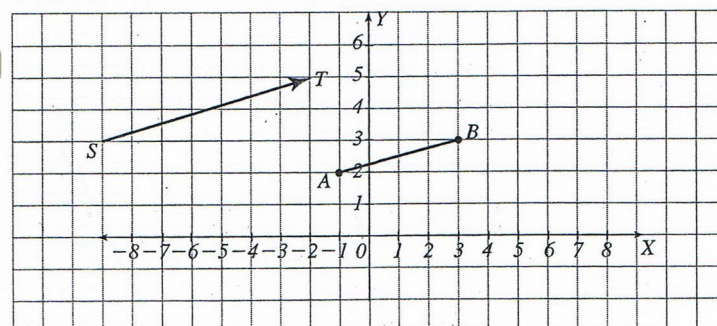
1.



พิกัดของจุด A' คือ _____

พิกัดของจุด B' คือ _____

2.

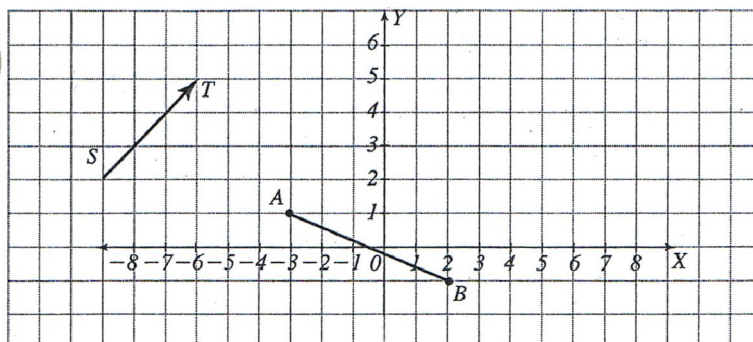


พิกัดของจุด A' คือ _____

พิกัดของจุด B' คือ _____

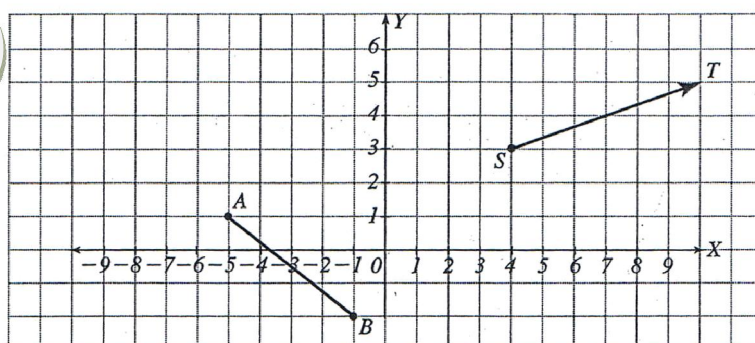


3.



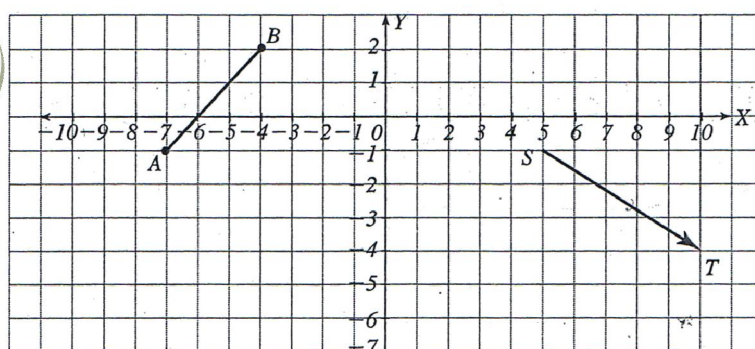
พิกัดของจุด A' คือ _____ พิกัดของจุด B' คือ _____

4.



พิกัดของจุด A' คือ _____ พิกัดของจุด B' คือ _____

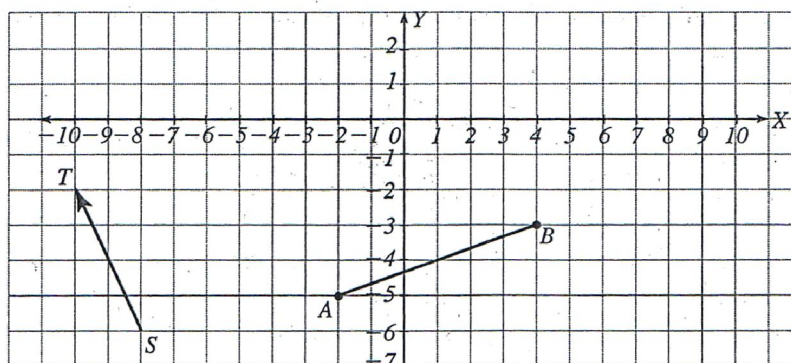
5.



พิกัดของจุด A' คือ _____ พิกัดของจุด B' คือ _____

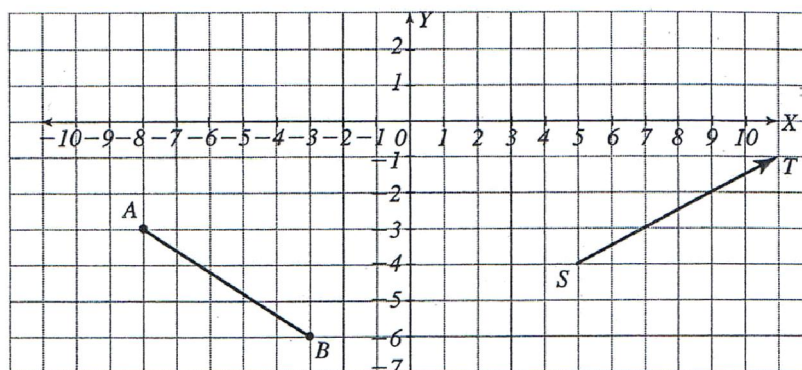


6.



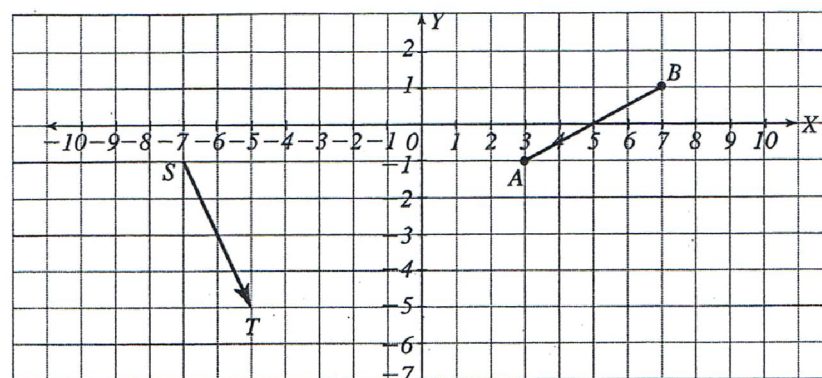
พิกัดของจุด A' คือ _____ พิกัดของจุด B' คือ _____

7.



พิกัดของจุด A' คือ _____ พิกัดของจุด B' คือ _____

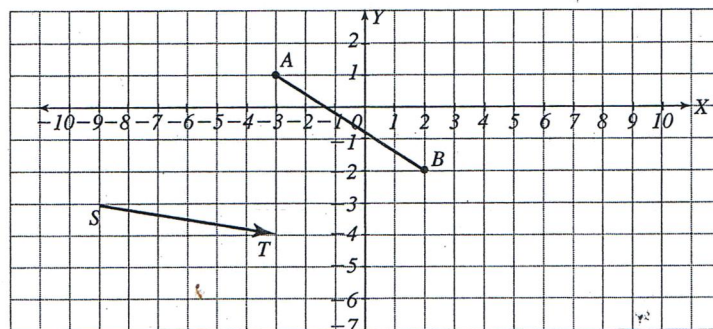
8.



พิกัดของจุด A' คือ _____ พิกัดของจุด B' คือ _____



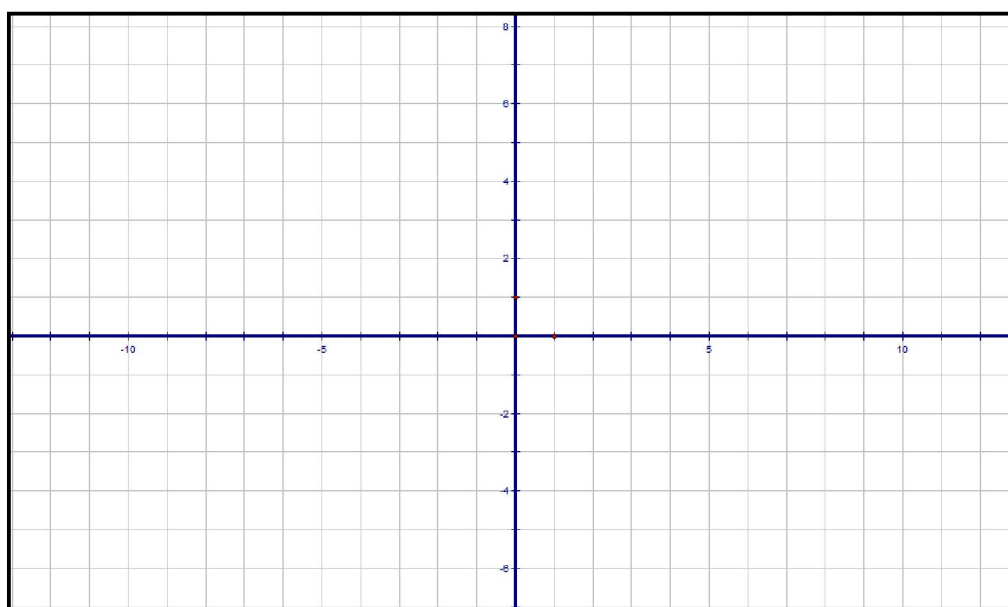
9.



พิกัดของจุด A' คือ _____ พิกัดของจุด B' คือ _____

10.

กำหนดให้ \overline{AB} มีจุด A(2,3) และจุด B(5,4) เป็นจุดปลาย ถ้า $\overline{A'B'}$ เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน \overline{AB} และมี A'(-3,3) และ B'(0,4) เป็นจุดปลาย จงวาดภาพแสดงการเลื่อนขนาน พร้อมทั้งหาเวกเตอร์ของการเลื่อนขนาน

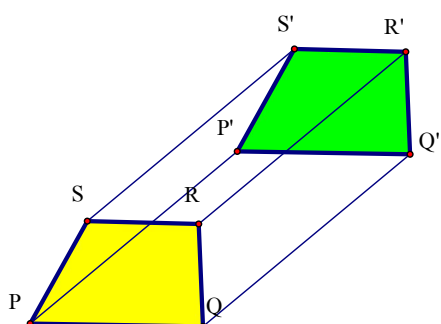


แบบทดสอบหลังเรียน

เรื่องการหาทิศทางและระยะทางของการเลื่อนขนาน

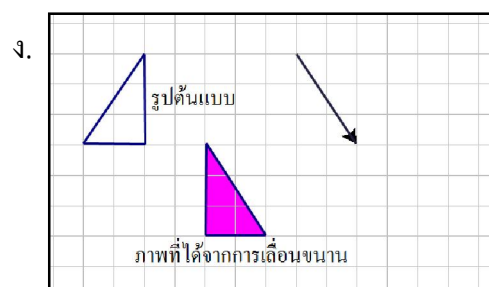
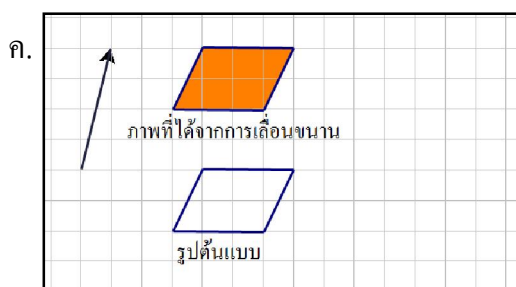
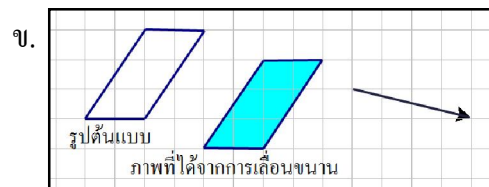
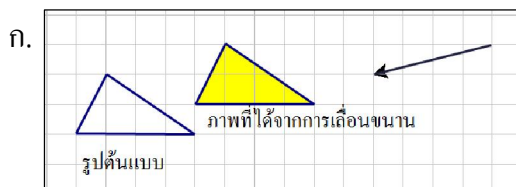
คำชี้แจง ให้วงกลมล้อมรอบตัวเลือก ก. ข. ค. หรือ ง. ที่เป็นคำตอบที่ถูกต้อง

1. จากรูป กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม PQRS เป็นรูปต้นแบบ และรูปสี่เหลี่ยม P'Q'R'S' เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูปสี่เหลี่ยม PQRS ข้อใดเป็นเวกเตอร์ที่ใช้ในการเลื่อนขนานครั้งนี้

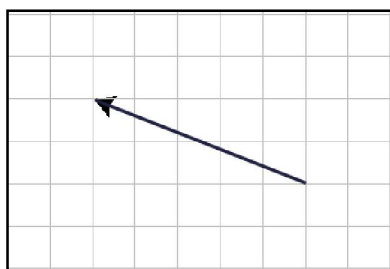


- ก. $\overrightarrow{PP'}$
 ข. $\overrightarrow{SS'}$
 ค. $\overrightarrow{R'R}$
 ง. ถูกทั้ง ก. และ ข.

2. ข้อใดเขียนรูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานตามทิศทางและระยะทางที่กำหนดได้ถูกต้อง



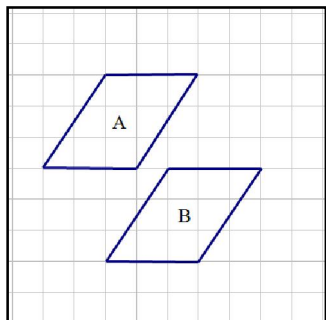
3. จากเวกเตอร์ต่อไปนี้ ข้อใดแสดงลำดับการเลื่อนขนานได้ถูกต้อง



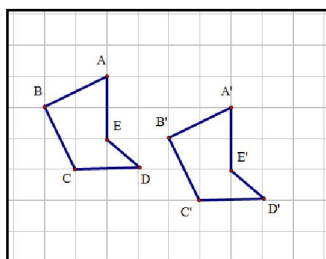
- ก. (-5,2)
 ข. (5,2)
 ค. (-5,-2)
 ง. (2,-5)



4. ข้อใดบอกลักษณะเวกเตอร์ที่ใช้ในการเลื่อนขนานรูปต้นแบบ A ไปยังภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน B



- ก. เลื่อนขนานไปทางขวาตามแนวแกน X 3 หน่วย
และเลื่อนลงด้านล่างตามแนวแกน Y 4 หน่วย
- ข. เลื่อนขนานไปทางซ้ายตามแนวแกน X 2 หน่วย
และเลื่อนขึ้นด้านบนตามแนวแกน Y 3 หน่วย
- ค. เลื่อนขนานไปทางขวาตามแนวแกน X 2 หน่วย
และเลื่อนลงด้านล่างตามแนวแกน Y 3 หน่วย
- ง. เลื่อนขนานไปทางซ้ายตามแนวแกน X 3 หน่วย
และเลื่อนขึ้นด้านบนตามแนวแกน Y 1 หน่วย
5. รูปต่อไปนี้แสดงการเลื่อนขนาน โดยให้รูปห้าเหลี่ยม ABCDE เป็นรูปต้นแบบ และรูปห้าเหลี่ยม A'B'C'D'E' เป็นภาพที่เกิดจากการเลื่อนขนาน เวกเตอร์ในข้อใดแสดงการเลื่อนขนานรูปดังกล่าว



ก.



ข.



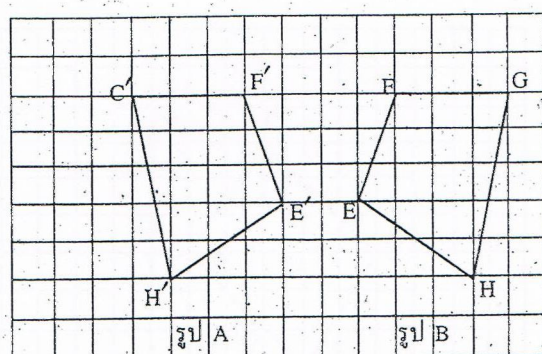
ค.



ง.



6. รูป A เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนานรูป B หรือไม่ เพราะเหตุใด



เนกัน

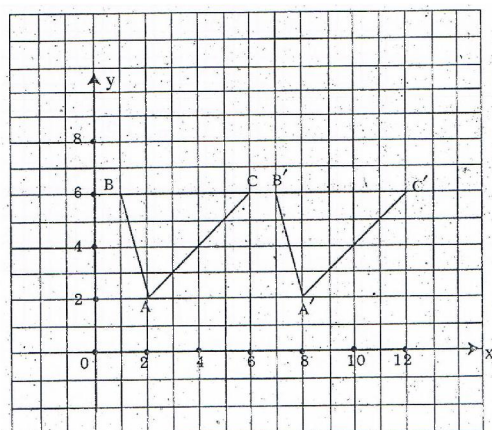
นนานกัน

ไม่ขนานกัน

มแกน x และ y อย่างไร

กั

7.



ามือ 6 หน่วย

ขมือ 6 หน่วย

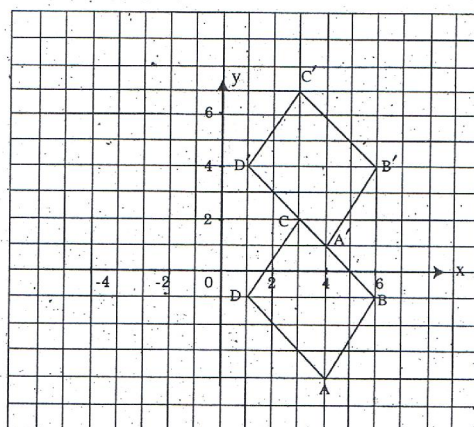
ามือ 6 หน่วย

หน่วย

วมือ 6 หน่วย

หน่วย

8.



5 หน่วย

5 หน่วย

ามือ 1 หน่วย

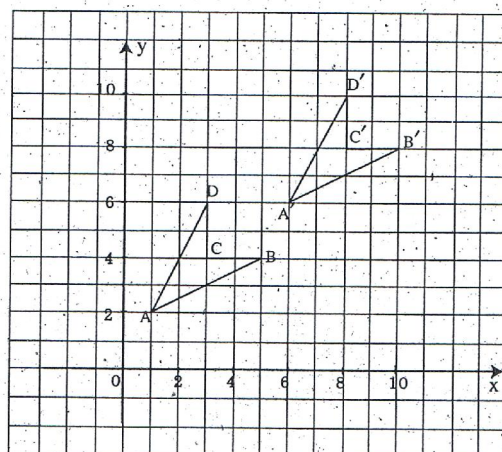
หน่วย

วมือ 1 หน่วย

หน่วย



9.



ว 4 หน่วย

หน่วย

อ 5 หน่วย

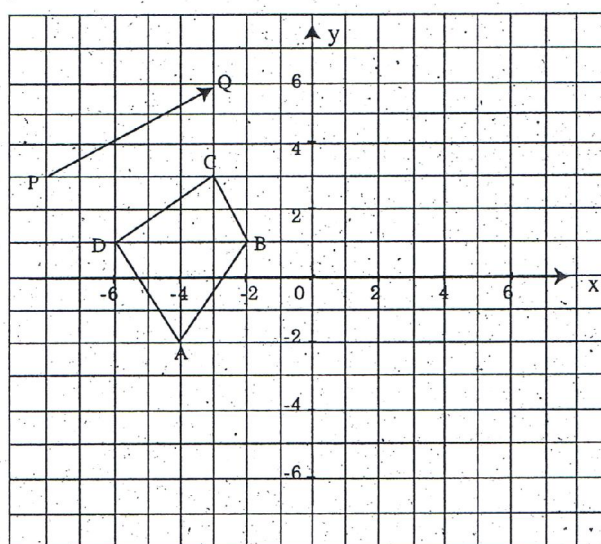
ย

จ 5 หน่วย

ย

10.

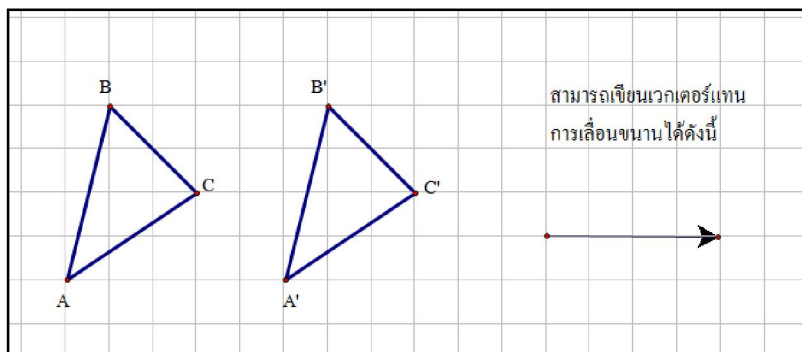
D' ซึ่งเป็นภาพที่ได้จาก

ก. $A'(0,1)$, $B'(3,3)$, $C'(2,5)$, $D'(-1,3)$ ข. $A'(0,-1)$, $B'(-3,-3)$, $C'(-2,-5)$, $D'(-1,-3)$ ค. $A'(0,0)$, $B'(3,2)$, $C'(2,6)$, $D'(-1,3)$ ง. $A'(1,1)$, $B'(3,3)$, $C'(2,5)$, $D'(-1,3)$ 

เฉลย

1. เกลยใบงานที่ 1

1)

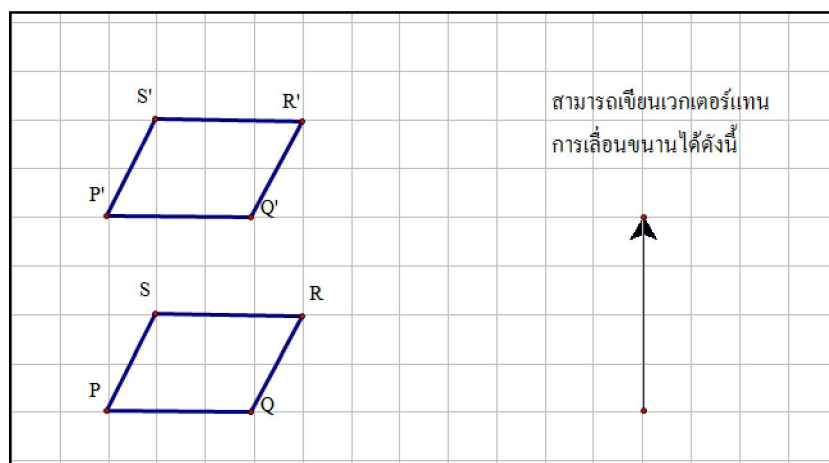


อธิบายการเลื่อนขนาน

เลื่อนขนานตามแนวแกน X ไปทางซ้าย 5 หน่วย

เลื่อนขนานตามแนวแกน Y เท่ากับ 0 หน่วย

2)



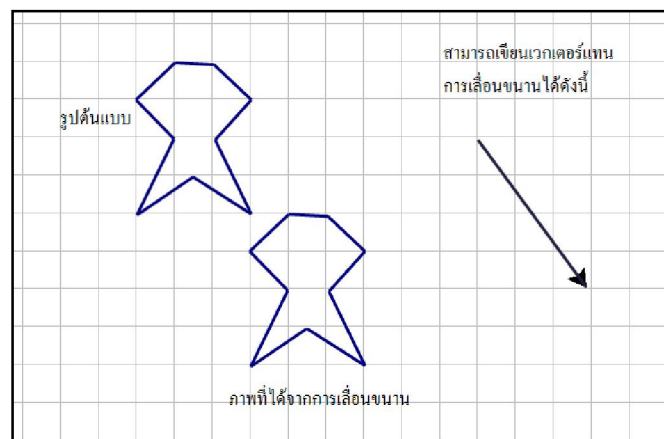
อธิบายการเลื่อนขนาน

เลื่อนขนานตามแนวแกน X เท่ากับ 0 หน่วย

เลื่อนขนานตามแนวแกน Y ขึ้นไปด้านบน 4 หน่วย



3)



อธิบายการเลื่อนขนาน

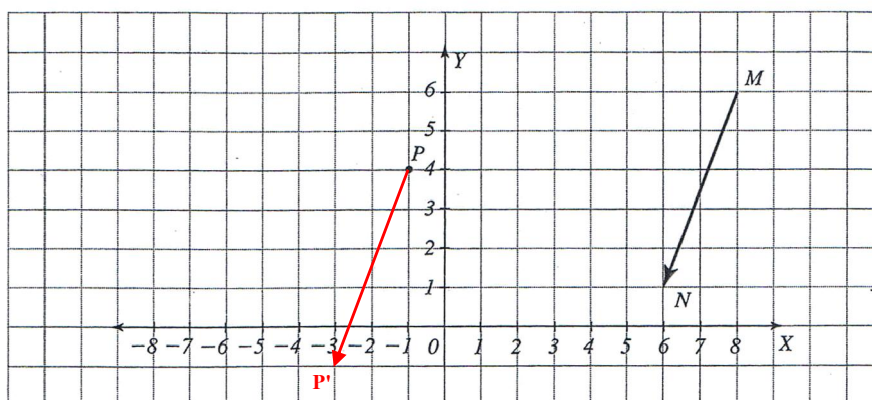
เลื่อนขนานตามแนวแกน X ไปทางซ้าย 3 หน่วย

เลื่อนขนานตามแนวแกน Y เท่ากับ 0 หน่วย

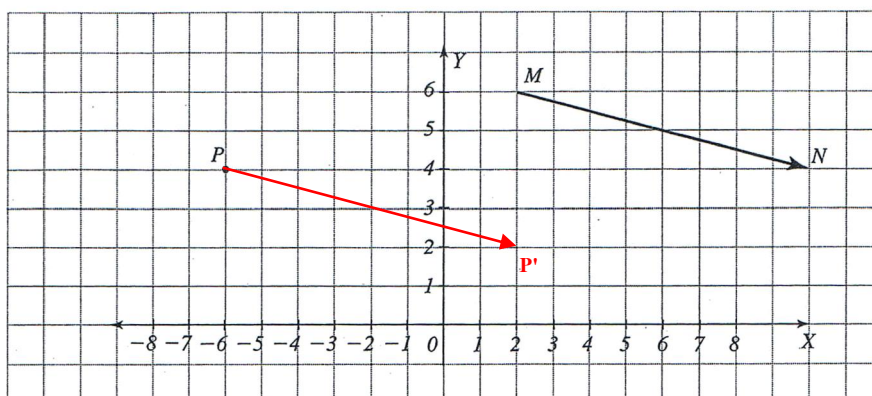
2. เกลยไบบงานที่ 2

ตอนที่ 1

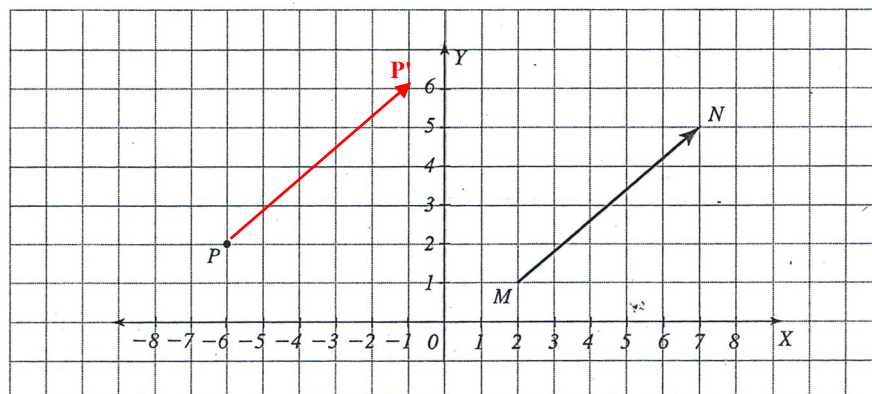
1)



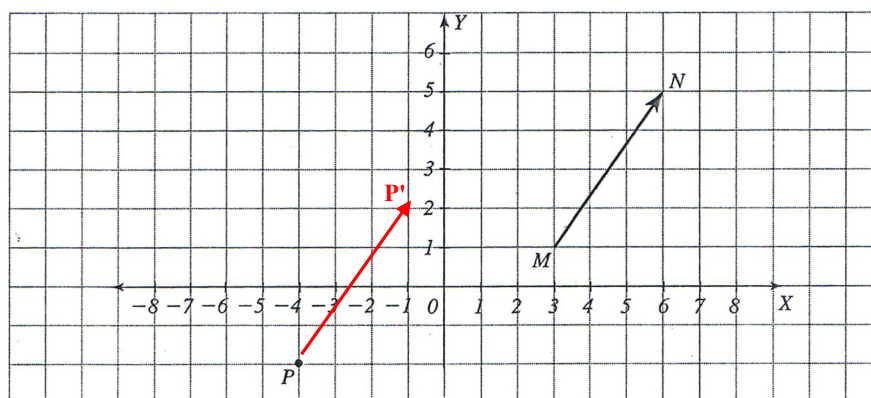
2)



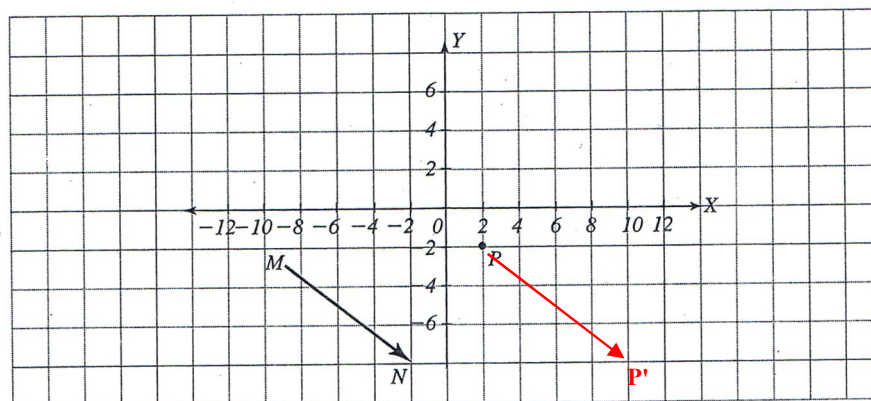
3)



4)

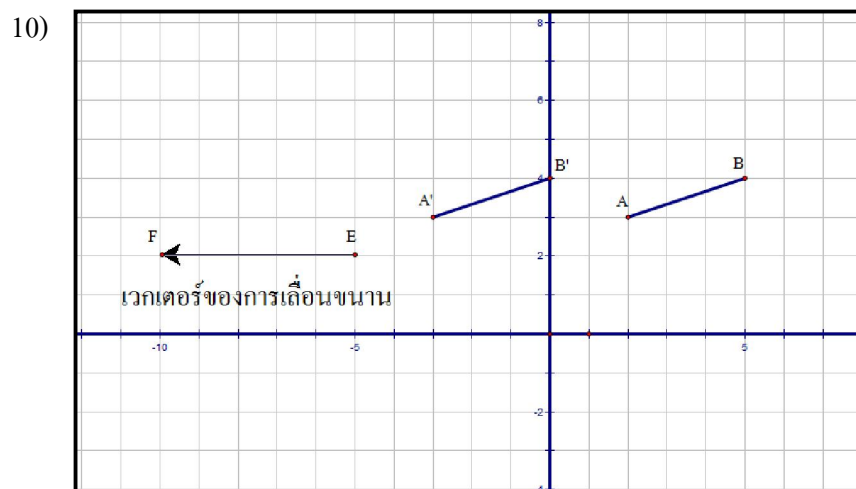


5)



ตอนที่ 2

- 1) พิกัดของจุด A' คือ (6, 2) พิกัดของจุด B' คือ (7, 5)
- 2) พิกัดของจุด A' คือ (6, 4) พิกัดของจุด B' คือ (10, 5)
- 3) พิกัดของจุด A' คือ (0, 3) พิกัดของจุด B' คือ (0, 5)
- 4) พิกัดของจุด A' คือ (1, 3) พิกัดของจุด B' คือ (5, 0)
- 5) พิกัดของจุด A' คือ (-2, -4) พิกัดของจุด B' คือ (1, -1)
- 6) พิกัดของจุด A' คือ (-4, -1) พิกัดของจุด B' คือ (2, 1)
- 7) พิกัดของจุด A' คือ (0, -2) พิกัดของจุด B' คือ (3, -3)
- 8) พิกัดของจุด A' คือ (5, -5) พิกัดของจุด B' คือ (9, -3)
- 9) พิกัดของจุด A' คือ (3, 0) พิกัดของจุด B' คือ (8, -3)



3. เกลยแบบทดสอบหลังเรียน

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|--------|
| 1. ง. | 2. ข. | 3. ก. | 4. ค. | 5. ค. |
| 6. ค. | 7. ก. | 8. ก. | 9. ค. | 10. ก. |



บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล, นวลน้อย เจริญผล, ปาจริย์ วัชชวัลคุ และสุเทพ บุญซื่อน. หนังสือเรียน
รายวิชาคณิตศาสตร์ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษา
ขั้นพื้นฐาน พ.ศ. 2551 ม. 2 เล่ม 1. กรุงเทพฯ ฯ : อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.
ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. (2549). คณิตศาสตร์พื้นฐาน 2 ช่วงชั้นที่ 3 (ม. 1- ม. 3) ม. 2 ภาคเรียนที่ 1.
กรุงเทพฯ ฯ : สำนักพิมพ์แม็ค จำกัด.
- ยุพิน พิพิธกุล และสิริพร ทิพย์คง. (2550). ชุดกิจกรรมพัฒนาการคิดวิเคราะห์ คณิตศาสตร์
ม. 2 เล่ม 1. กรุงเทพฯ ฯ : สถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.).
- เลิศ เกสรคำ. (ม.ป.ป.). คู่มือสร้างคณิตศาสตร์ ม. 2 เล่ม 1. กรุงเทพฯ ฯ : อักษรเจริญทัศน์ อจท.
จำกัด.
- สราวุธ ปึ้งผลพูน, จำไรรัตน์ ปึ้งผลพูน, ชนนทิศา ฉัตรทอง และวิสุทธิ เวียงสมุทร. (2547).
สัมฤทธิ์มาตรฐาน คณิตศาสตร์ ม. 2 เล่ม 1. . กรุงเทพฯ ฯ : อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด.